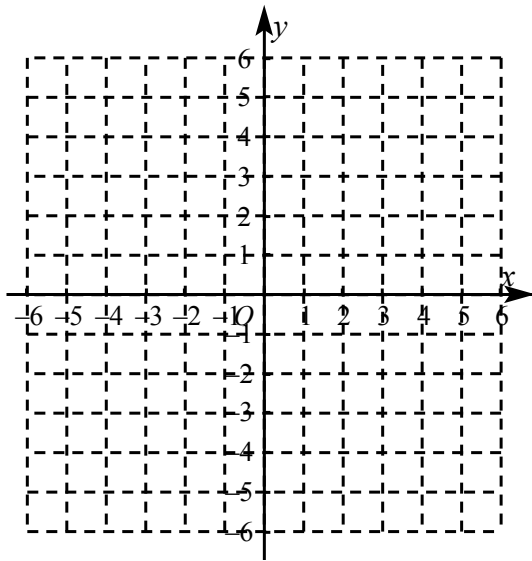


第3讲 动点问题和找规律

一、 坐标系中的动点问题

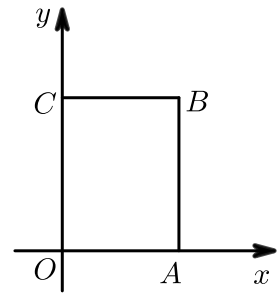
例题1

1. 已知：在平面直角坐标系中，点 A ， B 的坐标分别是 $(a, 0)$ ， $(b, 0)$ 且 $|a + 4| + \sqrt{b - 2} = 0$ 。

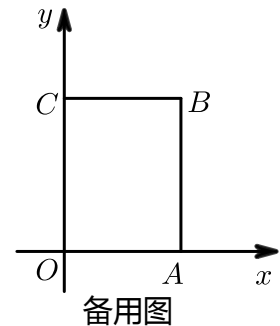


- (1) 求点 A ， B 的坐标。
- (2) 在 y 轴上是否存在点 C ，使 $\triangle ABC$ 的面积是15？若存在，求出点 C 的坐标；若不存在，请说明理由。
- (3) 已知点 P 是 y 轴负半轴上一点，且到 x 轴的距离为3，若点 P 沿 x 轴负半轴方向以每秒2个单位长度平移至点 Q ，当运动时间 t 为多少秒时，四边形 $ABPQ$ 的面积 S 为15个平方单位？求此时点 Q 的坐标。

2. 如图，在长方形 $OABC$ 中， O 为平面直角坐标系的原点，点 A 的坐标为 $(a, 0)$ ，点 C 的坐标为 $(0, b)$ 且 a 、 b 满足 $\sqrt{a-8} + |b-12| = 0$ ，点 B 在第一象限内，点 P 从原点出发，以每秒 2 个单位长度的速度沿着 $O-A-B-C-O$ 的线路移动。



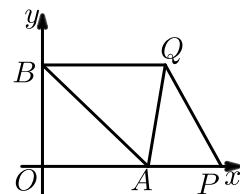
- (1) 求点 B 的坐标为 _____。当点 P 移动 5 秒时，点 P 的坐标为 _____。
- (2) 在移动过程中，当点 P 移动 11 秒时，求 $\triangle OPB$ 的面积。
- (3) 在 (2) 的条件下，坐标轴上是否存在点 Q ，使 $\triangle OPQ$ 的面积与 $\triangle OPB$ 的面积相等，若存在，求点 Q 的坐标；若不存在，说明理由。



3. 在平面直角坐标系中，点 A 、 B 的坐标分别是 $(a, 0)$ 、 $(0, b)$ ，且 $\sqrt{a+4} + |b-2| = 0$ 。
- (1) $a =$ _____， $b =$ _____。
- (2) 在 y 轴上是否存在一点 C ，使 $\triangle ABC$ 的面积是 12？若存在，请求出点 C 的坐标；若不存在，请说明理由。
- (3) 已知 P 是 y 轴正半轴上一点，且到 x 轴的距离为 3。若点 P 沿水平方向向左以每秒 1 个单位长度的速度平移至点 Q ，当运动时间为多少秒时，四边形 $ABPQ$ 的面积 S 为 15，写出此时点 Q 的坐标。

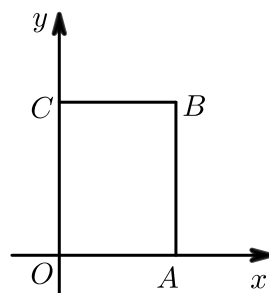
练习1

4. 在平面直角坐标系中，已知点 $A(4, 0)$ ，点 $B(0, 3)$ ，点 P 从点 A 出发，以每秒1个单位的速度在 x 轴上向右平移，点 Q 从 B 点出发，以每秒2个单位的速度沿直线 $y = 3$ 向右平移，又 P 、 Q 两点同时出发，设运动时间为 t 秒。

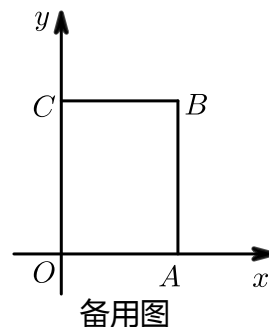


- (1) 当 t 为何值时，四边形 $OBQP$ 的面积为8。
- (2) 连接 AQ ，当 $\triangle APQ$ 是直角三角形时，求 $\frac{S_{\triangle ABO}}{S_{\text{四边形}OBPQ}}$ 的值。

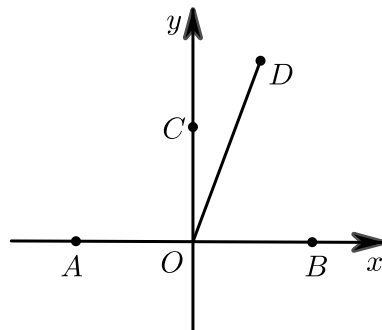
5. 如图，在长方形 $OABC$ 中， O 为平面直角坐标系的原点，点 A 的坐标为 $(a, 0)$ ，点 C 的坐标为 $(0, b)$ 且 a 、 b 满足 $\sqrt{a-4} + |b-6| = 0$ ，点 B 在第一象限内，点 P 从原点出发，以每秒2个单位长度的速度沿着 $O - C - B - A - O$ 的线路移动。



- (1) 点 B 的坐标为 _____。当点 P 移动3.5秒时，点 P 的坐标为 _____。
- (2) 在移动过程中，当点 P 到 x 轴的距离为4个单位长度时，求点 P 移动的时间。
- (3) 在移动过程中，当 $\triangle OBP$ 的面积是10时，求点 P 移动的时间。

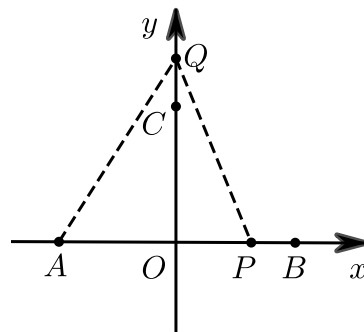


6. 如图①，在平面直角坐标系中，已知点 $A(-5, 0)$ ， $B(5, 0)$ ， $D(2, 7)$ 。



图①

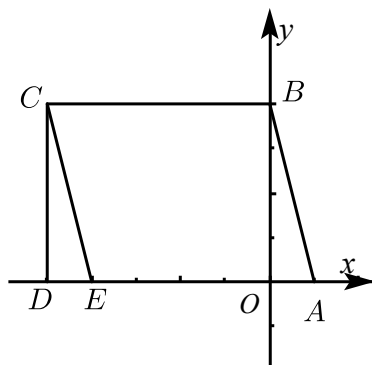
- (1) 若点 C 为 AD 与 y 轴的交点，求 C 点的坐标。
- (2) 动点 P 从 B 点出发以每秒1个单位的速度沿 BA 方向运动，同时动点 Q 从 C 点出发，也以每秒1个单位的速度沿 y 轴正半轴方向运动。（当 P 点运动到 A 点时，两点都停止运动，如图②所示）。设从出发起运动了 t 秒。



图②

- ① 请用含 t 的代数式分别表示 P 、 Q 两点的坐标。
- ② 当 $t = 2$ 时， y 轴上是否存在一点 E ，使得 $\triangle AQE$ 的面积与 $\triangle APQ$ 的面积相等？若存在，求 E 点的坐标，若不存在，说明理由。

7. 如图所示, $A(1, 0)$ 、点 B 在 y 轴上, 将 $\triangle OAB$ 沿 x 轴负方向平移, 平移后的图形为 $\triangle DEC$, 且点 C 的坐标为 $(-5, 4)$.



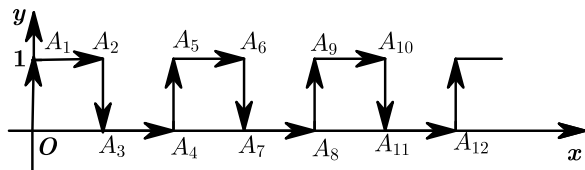
- (1) 直接写出点 E 的坐标 _____.
- (2) 在四边形 $ABCD$ 中, 点 P 从点 B 出发, 沿“ $BC \rightarrow CD$ ”移动, 当点 P 运动到 D 点时停止.
在运动过程中, 若点 P 的速度为每秒1个单位长度, 当时间为 t 秒时, 点 P 的横坐标与纵坐标和为 -3 , 求出此时 t 的值.
- (3) 在(2)中, 点 P 运动到什么位置, 直线 AP 将四边形 $ABCD$ 面积分成 $3:8$ 两部分? 并求 P 点坐标.

二、坐标系中的规律探究

直接寻找坐标的周期规律

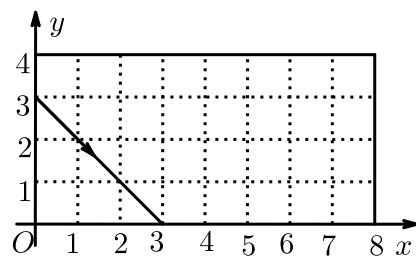
例题2

8. 在平面直角坐标系中, 一蚂蚁从原点 O 出发, 按向上、向右、向下、向右的方向依次不断移动, 每次移动1个单位, 其行走路线如图所示.



- (1) 填写下列各点的坐标: A_4 (_____ , _____), A_8 (_____ , _____), A_{12} (_____ , _____).
- (2) 写出点 A_{4n} 的坐标 (n 是正整数).
- (3) 指出蚂蚁从点 A_{100} 到点 A_{101} 的移动方向.

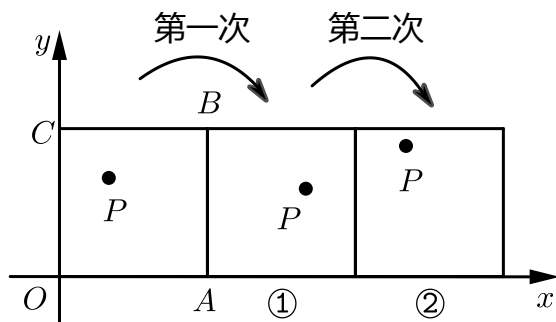
9. 如图，动点 P 从 $(0, 3)$ 出发，沿所示方向运动，每当碰到矩形的边时反弹，反弹时反射角等于入射角，当点 P 第2013次碰到矩形的边时，点 P 的坐标为（ ）。



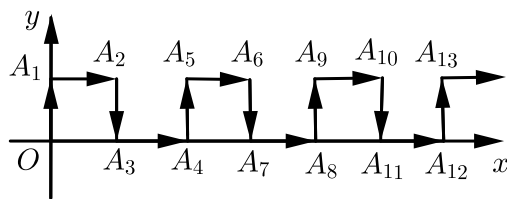
- A. $(1, 4)$ B. $(5, 0)$ C. $(6, 4)$ D. $(8, 3)$

练习2

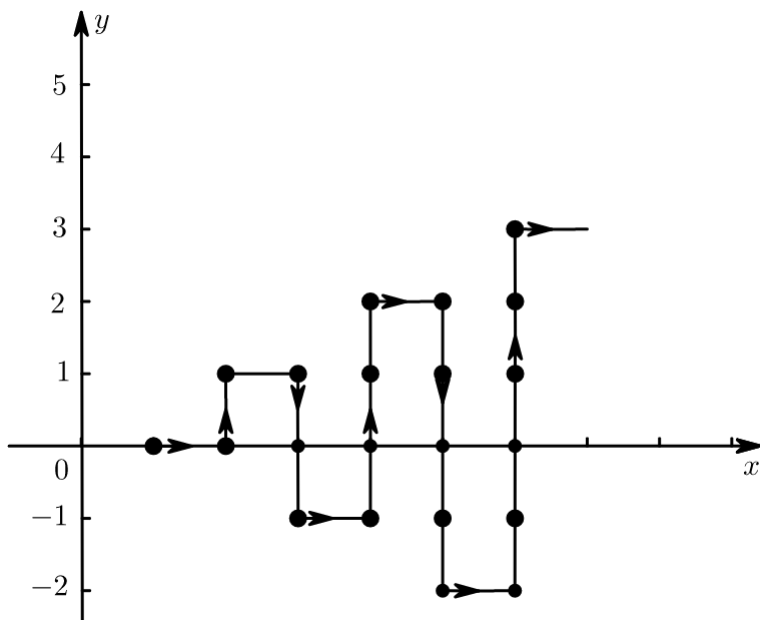
10. 如图，把正方形铁片 $OABC$ 置于平面直角坐标系中，顶点 A 的坐标为 $(3, 0)$ ，点 $P(1, 2)$ 在正方形铁片上，将正方形铁片绕其右下角的顶点按顺时针方向依次旋转 90° ，第一次旋转至图①位置，第二次旋转至图②位置 $\dots$ ，则正方形铁片连续旋转2017次后，点 P 的坐标为 _____。



11. 如图，在平面直角坐标系中，一动点从原点 O 出发，按向上，向右，向下，向右的方向不断地移动，每次移动一个单位，得到点 $A_1(0, 1)$ ， $A_2(1, 1)$ ， $A_3(1, 0)$ ， $A_4(2, 0)$ ， $\dots$ 那么点 A_{2018} 的坐标为 _____。



12. 如图，在平面直角坐标系中，有若干个整数点，其顺序按图中“ $\rightarrow$ ”方向排列，如 $(1, 0)$ ， $(2, 0)$ ， $(2, 1)$ ， $(3, 1)$ ， $(3, 0)$ ， $(3, -1) \cdots$ 根据这个规律探索可得，第100个点的坐标为（ ）。

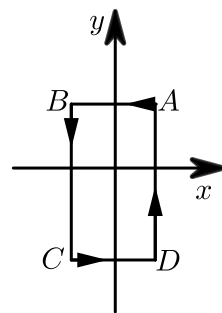


- A. $(14, 0)$ B. $(14, -1)$ C. $(14, 1)$ D. $(14, 2)$

利用运动的路程分析规律

例题3

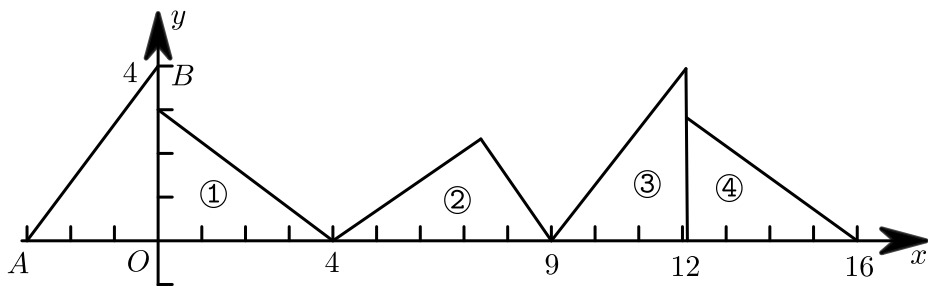
13. 如图，在平面直角坐标系中， $A(1, 1)$ ， $B(-1, 1)$ ， $C(-1, -2)$ ， $D(1, -2)$ 。把一条长为2018个单位长度且没有弹性的细线（线的粗细忽略不计）的一端固定在点A处，并按 $A - B - C - D - A \cdots$ 的规律绕在四边形ABCD的边上，则细线另一端所在位置的点的坐标是（ ）。



- A. $(1, 1)$ B. $(1, -1)$ C. $(-1, -2)$ D. $(1, -2)$

练习3

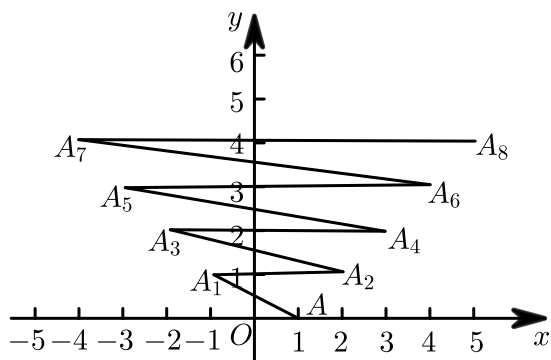
14. 如图，在直角坐标系中，已知点 $A(-3, 0)$ ， $B(0, 4)$ ， $AB = 5$ ，对 $\triangle OAB$ 连续作旋转变换，依次得到三角形①、②、③、④...，则三角形⑩的直角顶点的坐标为 _____ .



利用奇偶分析周期规律

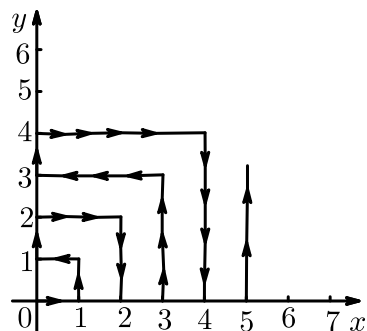
例题4

15. 如图，点 $A(1, 0)$ 第一次跳动至点 $A_1(-1, 1)$ ，第二次跳动至点 $A_2(2, 1)$ ，第三次跳动至点 $A_3(-2, 2)$ ，第四次跳动至点 $A_4(3, 2)$ ，...，依此规律跳动下去，点 A 第100次跳动至点 A_{100} 的坐标是 _____ .



练习4

16. 如图，一个粒子在第一象限内及 x 轴、 y 轴上运动，在第一分钟内它从原点运动到 $(1, 0)$ ，而后它接着按图示在 x 轴、 y 轴平行的方向上来回运动，且每分钟移动一个单位长度，那么在2017分钟后这个粒子所处的位置（坐标）是 _____ .



三、坐标系中的新定义

例题5

17. 在平面直角坐标系中，对于平面内任一点，若规定以下三种变换：

① $f(a, b) = (-a, b)$. 如 $f(1, 3) = (-1, 3)$;

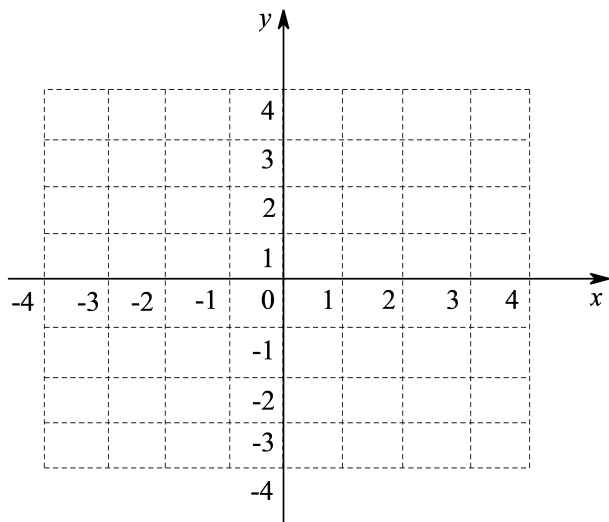
② $g(a, b) = (b, a)$. 如 $g(1, 3) = (3, 1)$;

③ $h(a, b) = (-a, -b)$. 如 $h(1, 3) = (-1, -3)$.

按照以上变换有： $f[g(2, -3)] = f(-3, 2) = (3, 2)$ ，那么 $f[h(5, -3)]$ 等于 () .

- A. $(-5, -3)$ B. $(5, 3)$ C. $(5, -3)$ D. $(-5, 3)$

18. 在平面直角坐标系 xOy 中，对于任意两点 A, B ，我们把 A, B 两点横坐标差的绝对值与它们纵坐标差得绝对值的和叫做 A, B 两点间的直角距离，记作 $d(A, B)$ 这个定义我们也可以用符号语言表示为：如果 $A(x_1, y_1)$ ， $B(x_2, y_2)$ 那么直角距离 $d(A, B) = |x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|$.



(1) 如果 $A(2, 3)$ ， $B(-1, -2)$ ，请在所给的坐标系中画出表示 A, B 的点，并求出 $d(A, B)$.

(2) 如果点 $C(-3, 1)$ ， $D(0, t)$ ，且 $d(C, D) = 4$ ，求 t 的值 .

(3) 已知 O 是原点，平面上的动点 E 满足 $d(O, E) = 2$ ，请在所给的平面直角坐标系中，画出所有符合条件的点 E 组成的图形 .

19. 如图1，平面中两条直线 l_1 和 l_2 相交于点 O ，对于平面上任意一点 M ，若点 M 到直线 l_1 的距离为 p ，到直线 l_2 的距离为 q ，则称有序实数对 (p, q) 是点 M 的“距离坐标”。例如，图1中点 O 的“距离坐标”为 $(0, 0)$ ，点 N 的“距离坐标”为 $(3.6, 4.2)$ 。

(1) 如图2，点 C 的“距离坐标”为 _____，点 D 的“距离坐标”为 _____。

(2) 如图3，点 C, D 分别在直线 l_1, l_2 上，则 C, D 两个点中，“距离坐标”为 $(3, 0)$ 的点是 _____。

(3) 平面上“距离坐标”为 $(0, 5)$ 的点有 _____ 个。“距离坐标”为 $(5, 5)$ 的点有 _____ 个。

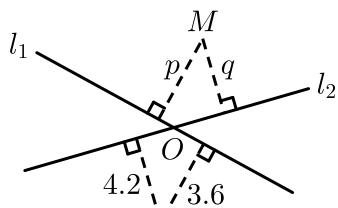


图 1

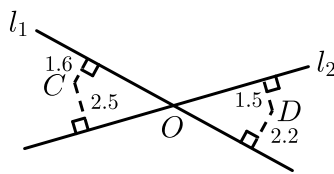


图 2

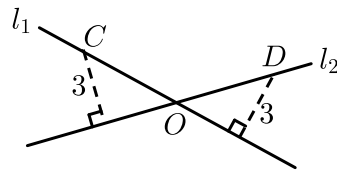


图 3